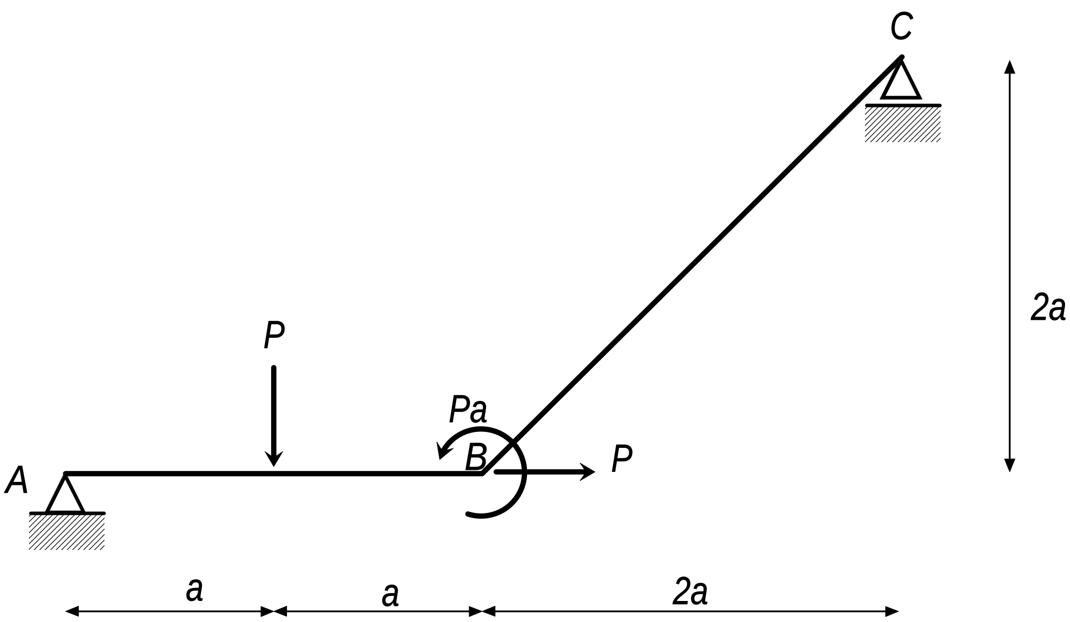
RESISTENCIA DE MATERIALES **CURSO 2012-13**
3ª PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA **14-1-2013**
Fecha de publicación de las calificaciones: **1-2-2013**

PROBLEMA 1 (6 puntos)

Sea la estructura de la figura, en la que las barras son del mismo perfil de acero.



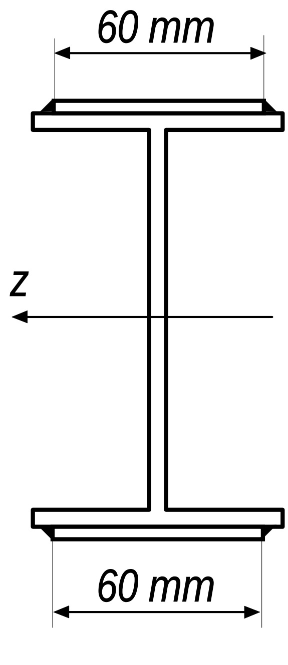
Se pide:

a.- (3 puntos) Calcule el desplazamiento vertical de B, en función de P, a, E e I_z.

b.- (1 punto) Si P = 10 kN y a = 1 m, dimensione la estructura con un perfil IPE (acero S275).

c.- (2 puntos) Calcule el paso de los cordones interrumpidos de soldadura (longitud del cordón L_c = 50 mm, ancho de garganta a_g = 2 mm, τ_{adm} = 150 MPa), si al perfil anterior se le sueldan las dos platabandas de 6 mm de espesor de la figura.

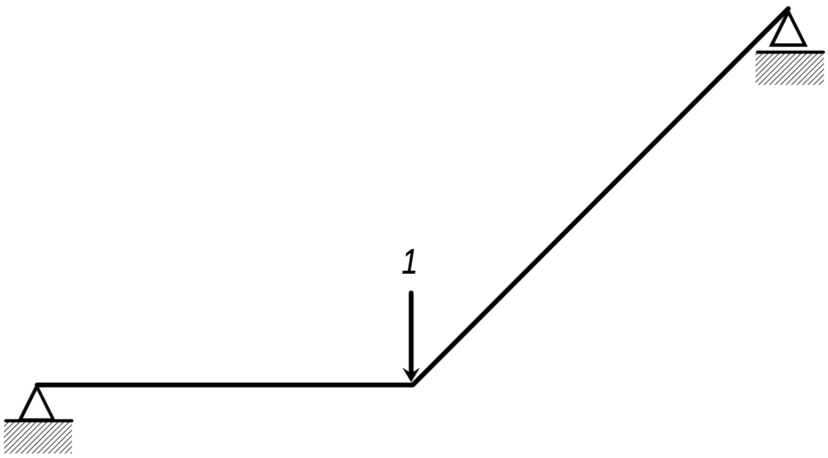
(Dato: $I_{z\ \text{sección armada}} = 6\cdot10^6\ mm^4$).



RESOLUCIÓN

Los movimientos más importantes son los debidos a la flexión, por lo que se desprecian los efectos del resto de esfuerzos para el cálculo de desplazamientos.

Se escoge el método de la carga unidad, según el cual se emplea el sistema virtual auxiliar siguiente:

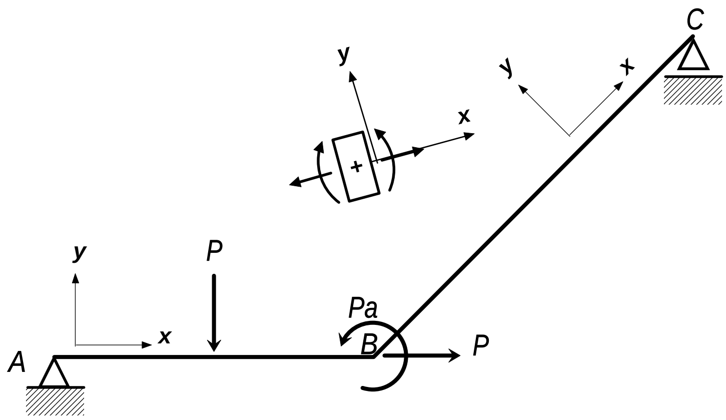


El desplazamiento en el sistema real, medido según la dirección y sentido de la carga 1, se obtiene mediante la expresión:

$$\delta_1 = \int_{AB} \frac{M_z M_{z1}}{EI_z} dx + \int_{BC} \frac{M_z M_{z1}}{EI_z} dx$$

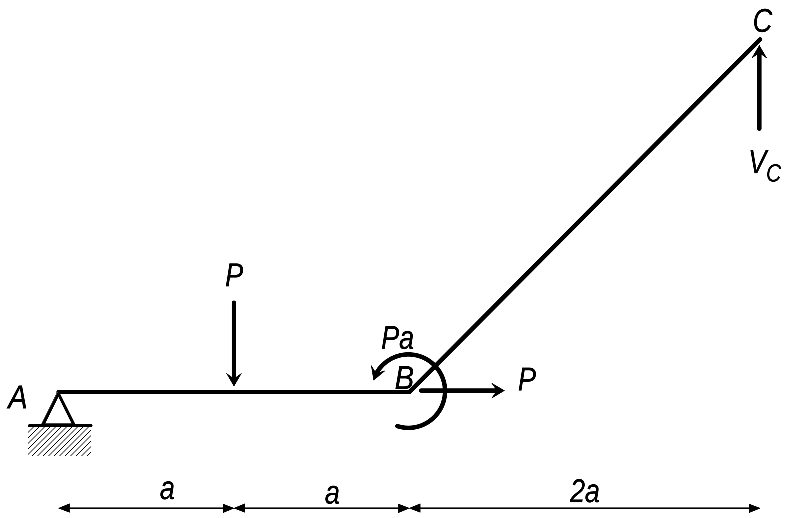
Siendo M_z la ley de momentos flectores en el sistema real y M_{z1} la ley de momentos flectores en el sistema virtual.

Para la obtención de los diagramas se emplearán las siguientes referencias locales y criterio de signos:



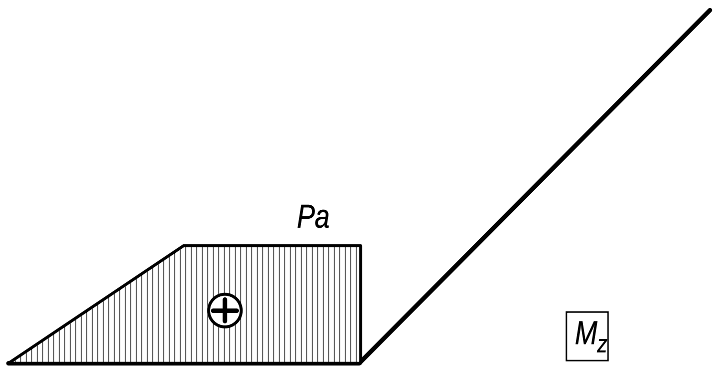
Para la obtención de diagramas son necesarias las reacciones en al menos uno de los apoyos. Se escoge la reacción en C como incógnita más sencilla.

Por equilibrio de momentos en A se tiene, en el sistema real:



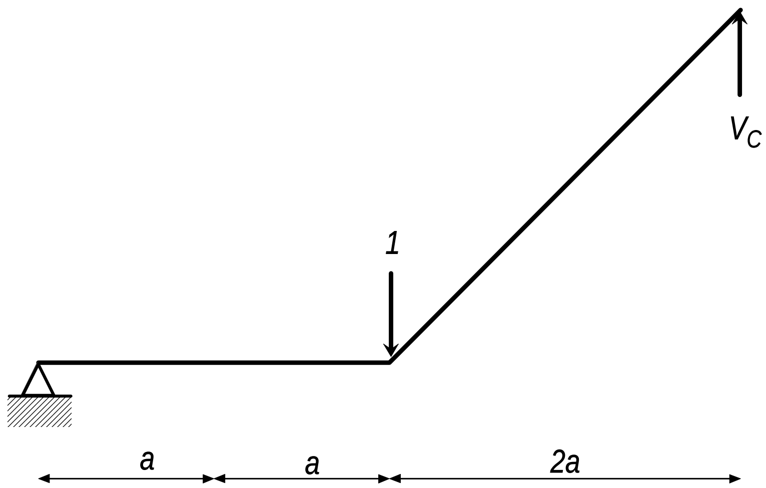
$$Pa - Pa + V_C \cdot 4a = 0 \quad \rightarrow \quad V_C = 0$$

El diagrama de momentos flectores resultante es:



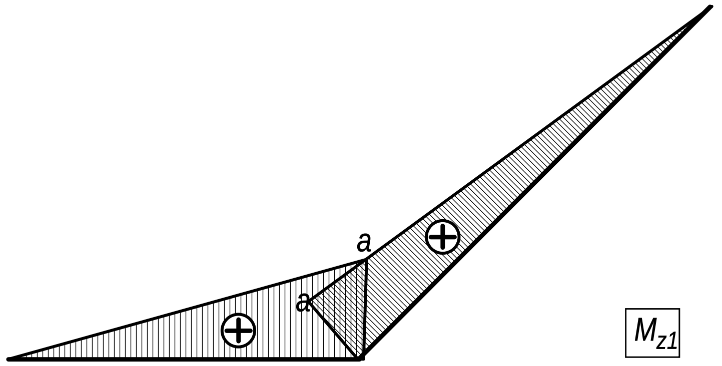
(1 punto)

Para el sistema virtual:



$$-1{\cdot}2a + V_C \cdot 4a = 0 \quad \rightarrow \quad V_C = \frac{1}{2}$$

El diagrama de momentos flectores es:

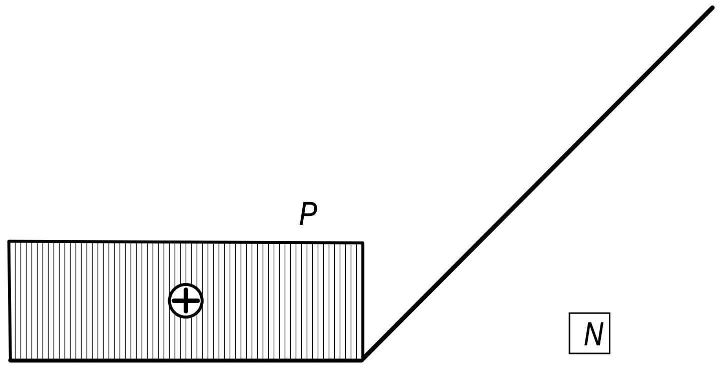


(1 punto)

El desplazamiento será:

$$\delta_1 = \frac{1}{EI_z}\left(\int_0^a Px\cdot\frac{1}{2}xdx + \int_a^{2a} Pa\cdot\frac{1}{2}xdx\right) = \frac{11}{12}\frac{Pa^3}{EI_z}$$ (en el mismo sentido que la carga unidad, por ser positivo, es decir: descendente) (1 punto)

Para dimensionar las barras, se desprecia el efecto del esfuerzo cortante, por tratarse de barras presumiblemente esbeltas. No se desprecia el efecto del esfuerzo normal. El diagrama es:



La barra AB se encuentra sometida a momento flector y esfuerzo normal, mientras que BC no trabaja. El dimensionamiento debe hacerse a flexo-tracción, pero se comienza por dimensionar a flexión simple para comprobar posteriormente a flexión y tracción.

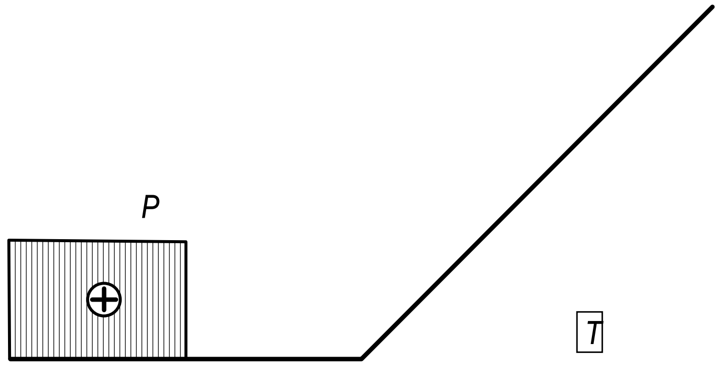
$$W_z > \frac{|M_z|_{máx}}{\sigma_{adm}} \quad \rightarrow \quad W_z > \frac{10^7 N\cdot mm}{275\,\frac{N}{mm^2}} = 3{,}63\cdot 10^4\ mm^3$$

El primer perfil que cumple es el IPE 120. Se comprueba a flexo-tracción:

$$\frac{N}{A} + \frac{|M_z|_{máx}}{W_z} < \sigma_{adm} \quad \rightarrow \quad \frac{10^4 N}{13{,}2\cdot 10^2 mm^2} + \frac{10^7 N\cdot mm}{53\cdot 10^3 mm^3} = 196\,\frac{N}{mm^2} < 275\ MPa \quad \text{(cumple)}$$

(1 punto)

Para calcular el paso de los cordones es necesario conocer el esfuerzo cortante máximo al que están sometidas las secciones. El diagrama de esfuerzos cortantes es el siguiente:



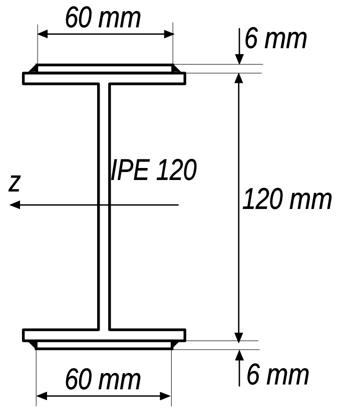
La fuerza de desequilibrio que debe absorber cada pareja de cordones (izquierdo+derecho), separados por un paso p se obtiene de la expresión $F_d = \dfrac{T \cdot m_{zA'} \cdot p}{I_z}$.

Las tensiones de cortadura en cada cordón deben ser inferiores a la admisible:

$$\tau = \frac{F_d}{2 \cdot a_g \cdot L_c} < \tau_{adm}$$

De aquí que, sustituyendo: $p > \dfrac{2 \cdot a_g \cdot L_c \cdot \tau_{adm} \cdot I_z}{T \cdot m_{zA'}}$ (1 punto)

Las dimensiones de la sección armada son:



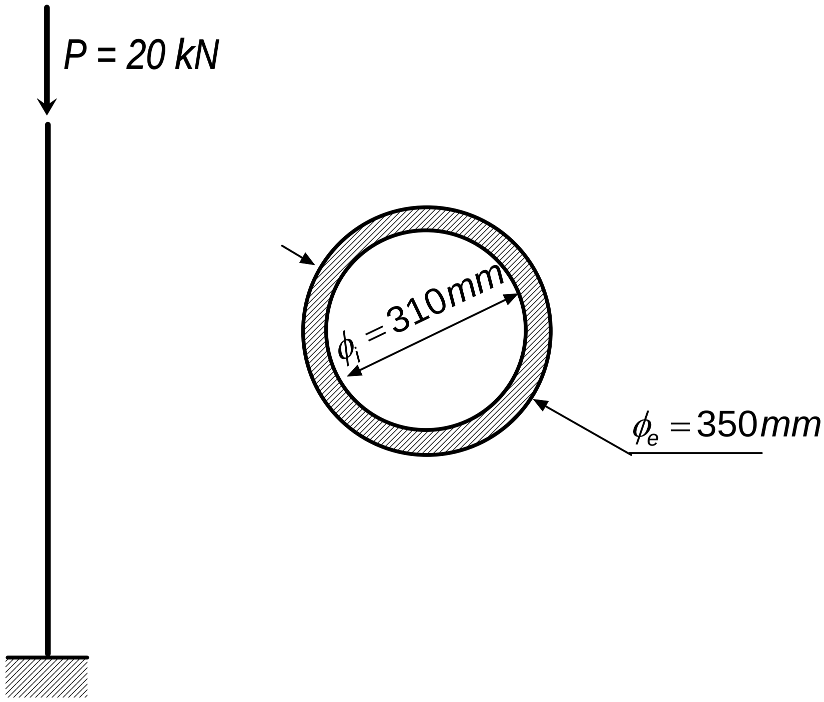
Por lo que $m_{zA'} = 6 \cdot 60 \cdot 63 = 22680\ mm^3$ (0,5 puntos)

Sustituyendo valores:

$$p > \frac{2 \cdot 2mm \cdot 50mm \cdot 150\ \dfrac{N}{mm^2} \cdot 6 \cdot 10^6\ mm^4}{10^4 N \cdot 22680 mm^3} = 794\ mm$$ (0,5 puntos)

PROBLEMA 2 (2 puntos)

Calcule la altura máxima del mástil de la figura (acero S355, coeficiente de seguridad frente a la fórmula de Euler n = 5)



RESOLUCIÓN

El mástil es una sección axisimétrica y con condiciones de sustentación también axisimétricas, por lo que el plano de pandeo está indeterminado.

La fórmula de Euler, en función de la longitud de pandeo y del momento de inercia respecto al eje de pandeo se expresa como $P_{cr} = \dfrac{\pi^2 E I_z}{L_p^{\,2}}$.

La carga admisible minora la carga crítica de modo que $P_{adm} = \dfrac{P_{cr}}{n}$.

Para el problema planteado, la longitud de pandeo es el doble de la longitud real de la barra $L_p = 2L$, por lo que, sustituyendo en la expresión de Euler y tomando como admisible la carga aplicada, se tiene que $n \cdot P = \dfrac{\pi^2 E I_z}{4L^2}$, de donde $L = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{E I_z}{nP}}$. (1 punto)

El momento de inercia de la sección es $I_z = \dfrac{\pi}{64}\left(350^4 - 310^4\right) = 2{,}83 \cdot 10^8\, mm^4$

(0,5 puntos)

Sustituyendo valores:

$$L = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2{,}1 \cdot 10^5 \dfrac{N}{mm^2} \cdot 2{,}83 \cdot 10^8\, mm^4}{5 \cdot 2 \cdot 10^4\, N}} = 38{,}29\, m \qquad \text{(0,5 puntos)}$$