

RESISTENCIA DE MATERIALES. GRUPO T1
3ª PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA

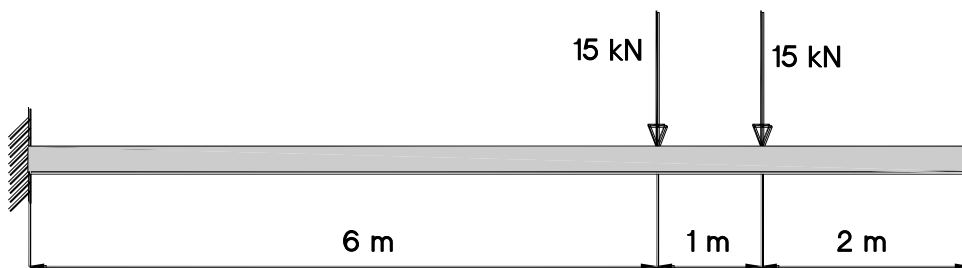
PROBLEMAS (10 puntos)

PROBLEMA 1 (6,5 puntos)

Dada la viga en voladizo de la figura se pide determinar las reacciones en el empotramiento y dibujar las leyes de esfuerzos, indicando valores y criterio de signos.

Una vez que se ha deformado se coloca un apoyo simple en el extremo libre y se retiran la cargas, es decir, se aplican cargas de igual valor y de sentido contrario. Determinar nuevamente para este caso las reacciones en los apoyos y las leyes de esfuerzos.

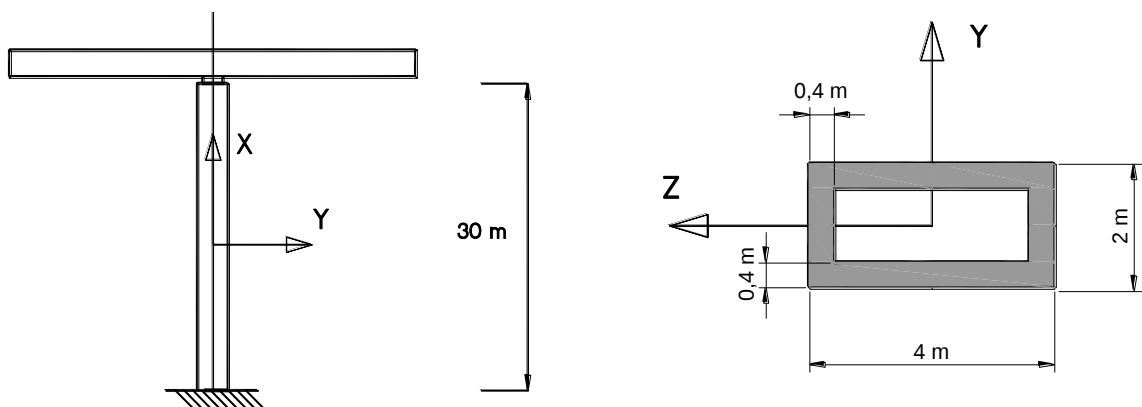
Comprobar que la fuerza y momento resultante de las reacciones al superponer los dos estados son nulos y explicar la razón.



PROBLEMA 2 (3,5 puntos)

Una pila de hormigón de un viaducto con 30 m de altura está empotrada en su base y su extremo superior se puede desplazar libremente en sentido transversal al tablero (dirección Z), mientras que en sentido longitudinal (dirección Y) existe una restricción que hace que la longitud de pandeo sea un 30 % superior a la altura de la pila. Considerando que la sección hueca de la pila es la indicada en la figura y que se desprecia su peso propio, se pide:

- 1) Esbelteces de la pila respecto de los ejes Y, Z.
- 2) Carga crítica de pandeo y esbeltez límite ($\sigma_e = 20 \text{ MPa}$).



Dato: $E = 35.000 \text{ MPa}$

SOLUCIÓN PROBLEMA 1

1) Estado 1

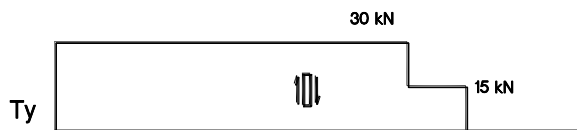
Reacciones:

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_A - 2 \cdot 15 = 0 \Rightarrow R_A = 30 \text{ kN}$$

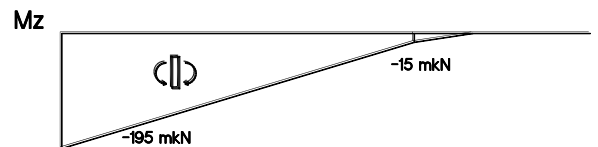
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M_A - 15 \cdot (6 + 7) = 0 \Rightarrow M_A = 195 \text{ mkN}$$

0,5 puntos

Leyes de Esfuerzos:



0,5 puntos



1 punto

2) Estado 2

Se trata de un sistema hiperestático con $GH = 1$. Lo resolvemos mediante el método de la carga unitaria con el sistema auxiliar 1 y el sistema isostático p, en el que hemos eliminado la reacción en el nuevo apoyo, R_B , que tomamos como incógnita X.

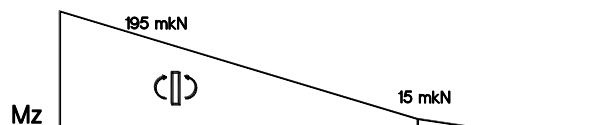


Sistema isostático p



Sistema auxiliar 1

Los diagramas de momentos flectores para ambos sistemas son los siguientes:



La reacción $R_B = X$ vendrá dada por:

$$\delta_B = 0 = \int_L \frac{M_{zp} M_{z1}}{EI} dx + X \cdot \int_L \frac{M_{z1}^2}{EI} dx \Rightarrow X = - \frac{\int_L M_{zp} M_{z1} dx}{\int_L M_{z1}^2 dx}$$

Por tanto,

$$X = - \frac{\frac{1}{2} 180 \cdot 6 \cdot (7) + 15 \cdot 6 \cdot (6) + \frac{1}{2} 15 \cdot 1 \cdot \left(2 + \frac{2}{3}\right)}{\frac{1}{2} 9 \cdot \left(\frac{2}{3} 9\right)} = -17,86 \text{ kN} = R_B$$

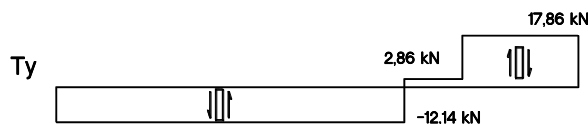
Las reacciones en el empotramiento son:

$$R_A = -30 + X \cdot (-1) = -12,14 \text{ kN}$$

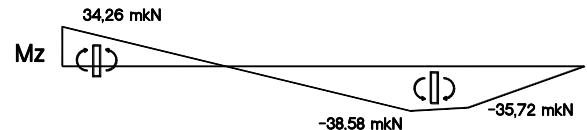
$$M_A = -195 + X \cdot (-9) = -34,26 \text{ kN}$$

2 puntos

Leyes de Esfuerzos:



0,5 punto



1,5 puntos

La resultante de las reacciones es nula pues la resultante de fuerzas aplicadas también lo es:

$$\sum R = 30 - 17,86 - 12,14 = 0$$

$$\sum M_A = 195 - 34,26 - 17,86 \cdot 9 = 0$$

0,5 puntos

SOLUCIÓN PROBLEMA 2

1) Esbelteces

Características geométricas de la sección:

$$A = 4 \cdot 2 - 3,2 \cdot 1,2 = 4,16 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} (4^3 \cdot 2 - 3,2^3 \cdot 1,2) = 7,390 \text{ m}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 1,333 \text{ m}$$

0,5 puntos

$$I_z = \frac{1}{12} (4 \cdot 2^3 - 3,2 \cdot 1,2^3) = 2,206 \text{ m}^4$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = 0,728 \text{ m}$$

0,5 puntos

Longitudes de pandeo:

$$l_{py} = 2 \cdot 30 = 60 \text{ m} \quad \text{Plano de pandeo XZ}$$

$$l_{pz} = 1,3 \cdot 30 = 39 \text{ m} \quad \text{Plano de pandeo XY}$$

Esbelteces:

$$\lambda_y = \frac{l_{py}}{i_y} = \frac{60}{1,333} = 45,02$$

$$\lambda_z = \frac{l_{pz}}{i_z} = \frac{39}{0,728} = 53,56$$

1 puntos

2) Carga crítica de pandeo

$$P_c = \frac{\pi^2 EA}{\lambda_z^2} = 500.977,05 \text{ kN}$$

1 punto

Esbeltez límite

$$\lambda_{lim} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{adm}}} = 131,42$$

0,5 puntos