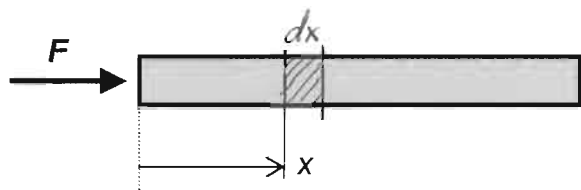


NOMBRE

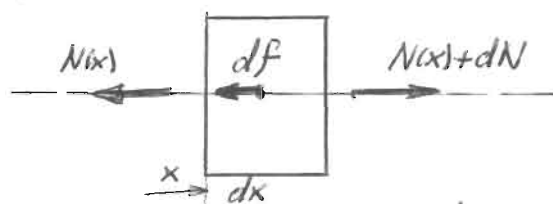
SOLUCION (Máximo: 40 puntos)

Nº

1º) La barra de la Figura está sometida a una aceleración constante a provocada por la fuerza F . Determinar la expresión del esfuerzo normal $N(x)$ en función de a (aceleración constante), L (longitud de la barra), A (área de la sección de la barra) y ρ (densidad del material constituyente)



Equilibrio de un elemento longitudinal:



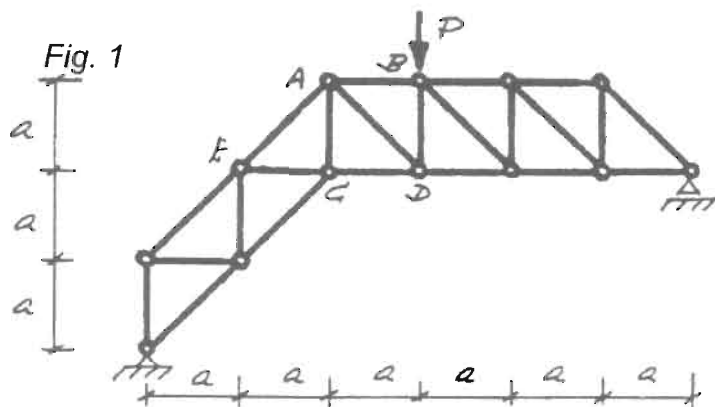
$$dN = df = a dm = a \cdot \rho A dx \quad (6)$$

Condiciones de contorno: $N(0) = -F$; $N(L) = 0$

$$N(x) - N(0) = \int_0^x \rho a A dx = \rho a A x \quad ; \quad N(L) = \rho a A L - F \quad \left\{ \begin{array}{l} N(x) = \rho a A x - F = \rho a A (x - L) \\ F = \rho a A L \end{array} \right.$$

2º) Para el sistema de barras articuladas de la Figura 1, se pide hallar en función de P el esfuerzo normal en las barras AB, AC y AD. (Sugerencia: plantee el equilibrio de la fracción aislada del sistema representada en la Figura 2)

Fig. 1



Equilibrio en A:

$$V.: N_{AD} \frac{\sqrt{2}}{2} + N_{AC} + N_{AE} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$H.: N_{AB} + N_{AD} \frac{\sqrt{2}}{2} = N_{AE} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Sustituyendo se obtiene:

$$N_{AE} = -P\sqrt{2}$$

$$N_{AC} = P/2$$

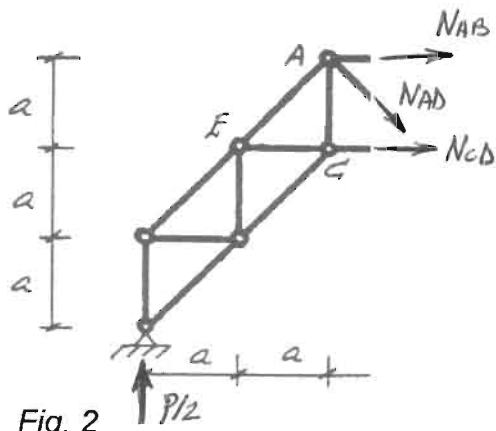


Fig. 2

$$\text{Equilibrio horizontal: } N_{AB} + N_{CD} + N_{AD} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$V.: N_{AD} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{P}{2}$$

$$\text{de momentos (en A): } N_{CD} a = \frac{P}{2} 2a$$

$$N_{AD} = P/\sqrt{2}$$

$$N_{CD} = P$$

$$N_{AB} = -3P/2$$

(6)

3º) En una lata de refresco se han medido el radio R y el espesor e de la pared del cuerpo cilíndrico (c) y del fondo esférico (f), tal como se indica en la Figura. Si la lata se encuentra en servicio a una presión interna $p=0,5\text{bar}$ ($1\text{bar}\approx 0,1\text{MPa}$), hallar las correspondientes tensiones de membrana en ambas zonas.

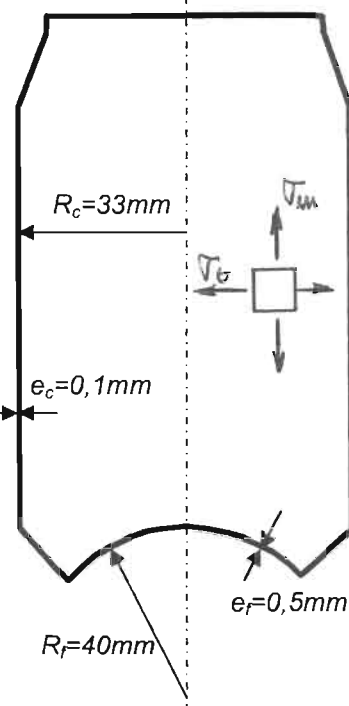
Cuerpo cilíndrico:

$$\sigma_m = \frac{p R_c}{2 e_c} = \frac{0,05\text{MPa} \cdot 33\text{mm}}{2 \cdot 0,1\text{mm}} = 8,25\text{MPa}$$

$$\sigma_t = \frac{p R_c}{e_c} = 16,5\text{MPa}$$

- Fondo esférico:

$$\sigma_m = \sigma_t = - \frac{p R_f}{2 e_f} = - \frac{0,05\text{MPa} \cdot 40\text{mm}}{2 \cdot 0,5\text{mm}} = -2\text{MPa}$$



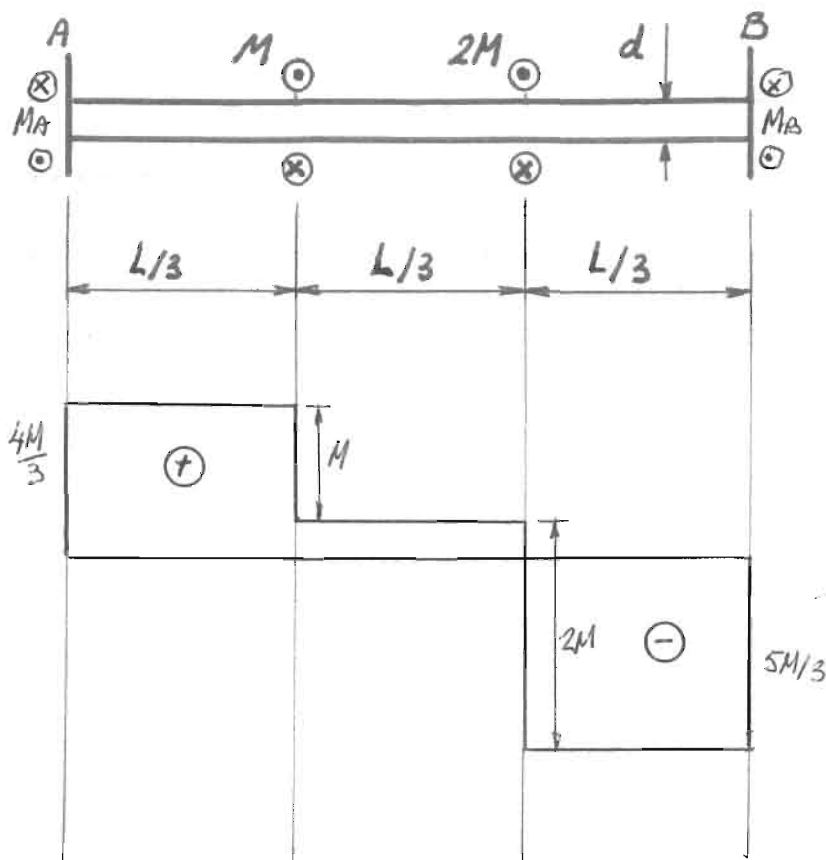
5

4º) Una barra biempotrada de sección circular está sometida a los pares torsores indicados en la Figura. Se pide:

1º) Diagrama de momentos torsores acotado (en función de M)

2º) Dimensionar el diámetro d de la barra en un número entero de mm

Datos: $M=1\text{m}\cdot\text{kN}$; $\tau_{adm}=150\text{MPa}$



Equilibrio:

$$M_A + M_B = 3M$$

Problema hiperestático de grado 1. Condición de compatibilidad geométrica:

$$\theta_B - \theta_A = \frac{1}{GJ} \left(M_A \frac{L}{3} + (M_A - M) \frac{L}{3} - M_B \frac{L}{3} \right) = 0$$

$$2M_A - M - M_B = 0$$

Con esta ecuación y la de equilibrio se obtiene:

$$M_A = 4M/3$$

$$M_B = 5M/3$$

6

(3)

$$\tau_{mx} = \frac{M_{Tmx}}{I_o} \rho_{mx} \quad ; \quad M_{Tmx} = \frac{5M}{3}$$

$$\rho_{mx} = \frac{d}{2}$$

$$I_o = \frac{\pi (d/2)^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\tau_{mx} = \frac{5M/3}{\pi d^4/32} \cdot \frac{d}{2} = \frac{80}{3\pi} \frac{M}{d^3} \leq \tau_{adm}$$

$$d_{min} = \sqrt[3]{\frac{80}{3\pi} \frac{M}{\tau_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{80}{3\pi} \cdot \frac{1m \cdot kN}{150MPa}} = 38,39mm$$

$$d_{min} = 39mm$$

(4)

5º) Una viga armada soldada se construye con un perfil **IPE-200** y dos chapas de $100 \times 10mm$, dando lugar a la sección recta indicada en la Figura 1. La viga está biapoyada y soporta las cargas indicadas en la Figura 2. Se pide:

1º) Diagramas de esfuerzos cortantes y de momentos flectores acotados en función de **P** y **L**

2º) Hallar la tensión normal máxima y comprobar que es inferior a la admisible del material. DATOS: $P=3kN$; $L=3m$; $\sigma_{adm}=200MPa$

3º) Hallar la tensión tangencial máxima (en MPa)

4º) Suponiendo que las chapas se sueldan a las platabandas de la **IPE** con puntos de soldadura de longitud $s=5mm$ y espesor de garganta $a=5mm$, determinar el paso, e , máximo entre los mismos (en un número entero de mm).

DATO: $\tau_{adm. soldadura}=100MPa$

1º) Equilibrio:

$$V_A + V_B = P$$

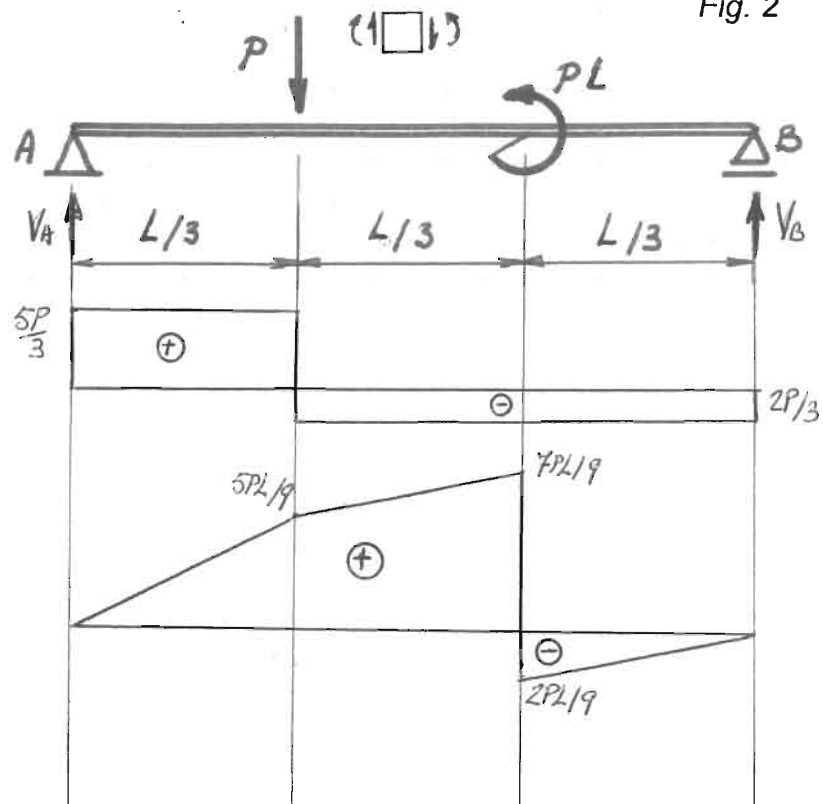
$$\frac{PL}{3} - PL - V_B L = 0$$

Despejando:

$$V_B = -2P/3$$

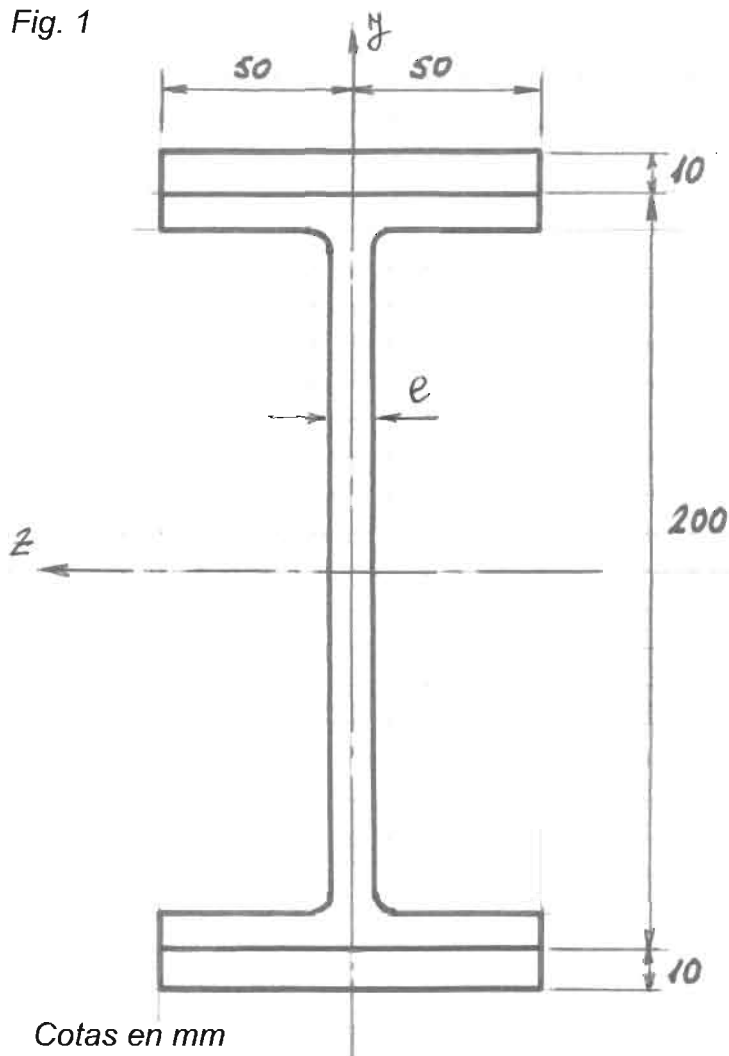
$$V_A = 5P/3$$

Fig. 2



(4)

Fig. 1



Cotas en mm

2º) Tablas IPE-200:

$$e = 5,6 \text{ mm}$$

$$I_{Z_{\text{IPE}}} = 1.940 \text{ cm}^4$$

$$S_z = 110 \text{ cm}^3 \text{ (momento estático de media IPE respecto a Z)}$$

$$\tau_{\text{mx}} = \frac{M_{\text{Fmx}}}{I_z} y_{\text{mx}} \leq \tau_{\text{adm}}$$

$$M_{\text{Fmx}} = \frac{7}{9} PL = 7 \text{ m} \cdot \text{kN} = 7 \cdot 10^5 \text{ cm} \cdot \text{N}$$

$$y_{\text{mx}} = (100 + 10) \text{ mm} = 11 \text{ cm}$$

$$I_z = I_{Z_{\text{IPE}}} + 2 \left(\frac{1}{12} 10 \cdot 1^3 + 10 \cdot 1 \cdot 10,5^2 \right) \text{ cm}^4 = 4.146,7 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{\text{mx}} = \frac{7 \cdot 10^5 \text{ cm} \cdot \text{N}}{4.146,7 \text{ cm}^4} \cdot 11 \text{ cm} = 18,57 \text{ MPa} < \tau_{\text{adm}} \quad (3)$$

$$3^\circ) \tau_{\text{mx}} = \frac{T_{\text{mx}} \cdot M_z(0)}{I_z \cdot b(0)} = \frac{5000 \text{ N} \cdot 215 \text{ cm}^3}{4.146,7 \text{ cm}^4 \cdot 0,56 \text{ cm}} = 4,63 \text{ MPa}$$

$$T_{\text{mx}} = \frac{5P}{3} = 5 \text{ kN}; \quad I_z = 4.146,7 \text{ cm}^4; \quad b(0) = e = 5,6 \text{ mm} \quad (3)$$

$$M_z(0) = S_z + 10 \cdot 1 \cdot 10,5 \text{ cm}^3 = 215 \text{ cm}^3$$

$$4^\circ) e = a \cdot s \frac{2 \tau_{\text{adm}} \cdot I_z}{T_{\text{mx}} \cdot M_z} = 0,5 \text{ cm} \cdot 0,5 \text{ cm} \frac{2 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2 \cdot 4.146,7 \text{ cm}^4}{5000 \text{ N} \cdot 105 \text{ cm}^3} = 39,49 \text{ cm}$$

$$a \text{ (espesor de garganta)} = 5 \text{ mm} = 0,5 \text{ cm}$$

$$s \text{ (longitud del cordón)} = 5 \text{ mm} = 0,5 \text{ cm}$$

$$\tau_{\text{adm}} \text{ (soldadura)} = 100 \text{ MPa} = 10^4 \text{ N/cm}^2$$

$$I_z = 4.146,7 \text{ cm}^4$$

$$T_{\text{mx}} = 5P/3 = 5 \text{ kN}$$

$$M_z \text{ (chapa)} = 10 \cdot 1 \cdot 10,5 \text{ cm}^3 = 105 \text{ cm}^3$$

$$e = 394 \text{ mm}$$

(3)