

RESISTENCIA DE MATERIALES. GRUPO T1
2ª PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA

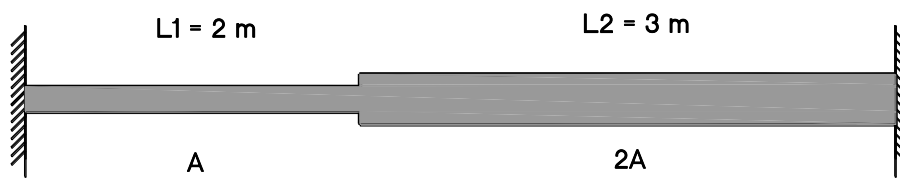
PROBLEMAS (10 puntos)

PROBLEMA 1 (4 puntos)

La viga biempotrada de la figura tiene 5 m de longitud total y está compuesta por dos tramos de diferente longitud, $L_1 = 2\text{ m}$ y $L_2 = 3\text{ m}$, cuya sección es respectivamente A y $2A$. Tras someter la viga a un incremento térmico de $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ se pide:

- 1) Esfuerzo normal que aparece en la viga, en kN, indicando si es de tracción o compresión.
- 2) Desplazamiento del punto de unión de los dos tramos, en mm, indicando el sentido.

Datos: $A = 25\text{ cm}^2$
 $E = 3 \cdot 10^4\text{ MPa}$
 $\alpha = 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

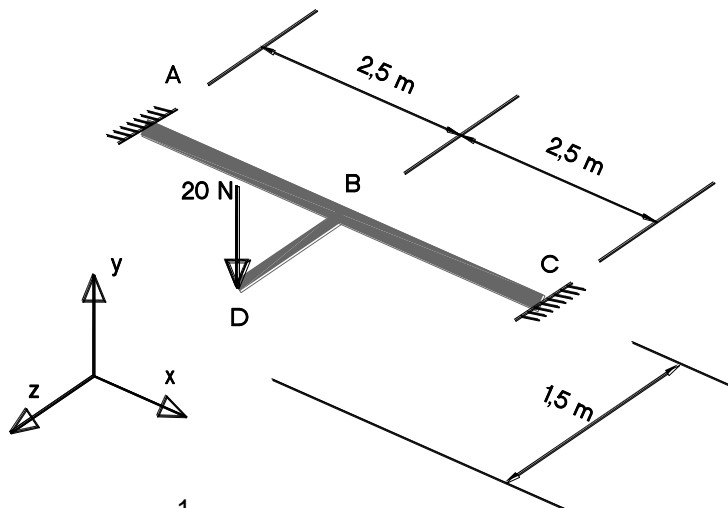


PROBLEMA 2 (6 puntos)

En la figura se ha representado una viga ABC de sección tubular de 5 cm de diámetro exterior y 2 mm de espesor en cuya sección central se ha soldado una ménsula BD de sección cuadrada de $2 \times 2\text{ cm}$ y 1,5 m de longitud, todo ello en el plano horizontal XZ. En el extremo de la ménsula se aplica una carga vertical de 20 N. Se pide:

- 1) Dibujar el diagrama de momentos torsores en la viga ABC.
- 2) Calcular el giro según el eje de la viga en la sección central B.
- 3) Calcular las tensiones normales máximas en la sección de arranque de la ménsula BD.
- 4) Determinar el descenso relativo del extremo D respecto al punto B.

Datos: $E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$
 $G = 8 \cdot 10^4\text{ MPa}$



SOLUCIÓN PROBLEMA 1

- 1) Esfuerzo normal que aparece en la viga, en kN, indicando si es de tracción o compresión.

Se trata de un caso hiperestático de esfuerzo normal. Imponemos la condición de alargamiento nulo de la viga:

$$\Delta L = 0 = \alpha \cdot \Delta T \cdot L + \frac{N}{EA} L_1 + \frac{N}{2A} L_2 = 10^{-5} \cdot 50 \cdot 5000 + \frac{N}{3 \cdot 10^4 \cdot 2500} 2000 + \frac{N}{2 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 2500} 3000$$

$$N = \frac{-10^{-5} \cdot 50 \cdot 5000 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 2500}{7000} = -53571 N = -53,57 kN \quad \text{Compresión}$$

- 2) Desplazamiento del punto de unión de los dos tramos, en mm.

$$\Delta L_1 = \alpha \cdot \Delta T \cdot L_1 + \frac{N}{EA} L_1 = 10^{-5} \cdot 50 \cdot 2000 + \frac{N}{3 \cdot 10^4 \cdot 2500} 2000 = -0,43 mm \quad \text{hacia el origen de la viga}$$

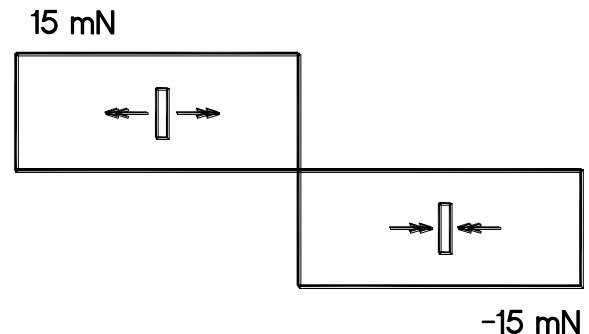
SOLUCIÓN PROBLEMA 2

- 1) Dibujar el diagrama de momentos torsores en la viga ABC.

Momento aplicado = $20 \cdot 1,5 = 30 \text{ mN}$

Reacciones: $M_A = M_C = -15 \text{ mN}$

Momento Torsor: $\begin{cases} x < 2,5m \Rightarrow M_T = 15mN \\ x > 2,5m \Rightarrow M_T = -15mN \end{cases}$



- 2) Calcular el giro según el eje de la viga en la sección central B.

$$\theta_B = \int_{L/2} \frac{M_T}{GI_T} dx = \frac{2M_T}{G\pi(r_{ext}^4 - r_{int}^4)} \cdot \frac{L}{2} = \frac{2 \cdot 15000}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot (25^4 - 23^4)} \cdot 2500 = 0,0026435 rad \quad (\text{antihorario})$$

- 3) Calcular las tensiones normales máximas en la sección de arranque de la ménsula BD.

Momento flector: $M_z = -20 \cdot 1,5 = -30 mN = -30.000 Nmm$

Tensión máxima: $\sigma = \frac{-M_z}{I_z} y = \frac{30000}{\frac{1}{12} 20^4} 10 = 22,5 MPa$

- 4) Determinar el descenso relativo del extremo D respecto al punto B.

Aplicamos el método de la ecuación universal:

$$EIy = EIy_B + EI\theta_B x - \frac{30000}{2} x^2 + \frac{20}{6} x^3 \Rightarrow y_D = -0,002644 \cdot 1500 - \frac{30000}{2 \cdot EI_z} 1500^2 + \frac{20}{6 \cdot EI_z} 1500^3$$

$$y_D = -12,4 mm$$