

Prueba 2, Grupos M2 y T3

Curso 2012/13

(26/11/2012)

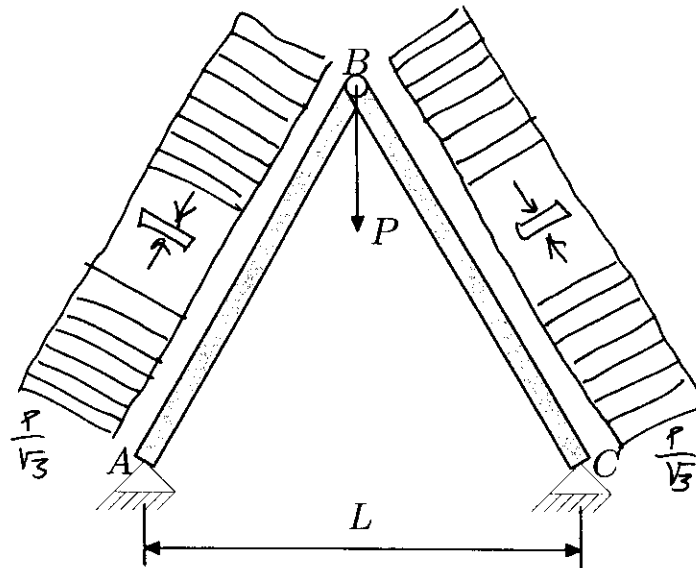
Nombre y apellidos:

Nº de matrícula:

Grupo:

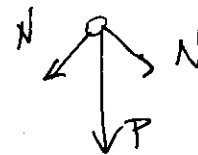
1. En la estructura de la figura las dos barras tienen longitud L y sección A :

- Dibuja (sobre la figura) los diagramas acotados de esfuerzos normales.
- Calcula la energía interna.
- Calcula el desplazamiento vertical del punto B si el material de las dos barras tiene módulo de Young E .
- Calcula el desplazamiento vertical del punto B si la barra \overline{AB} fuera infinitamente rígida y la barra \overline{BC} fuera de un material con módulo de Young E (4P).



i) Equilibrio de fuerza en B

$$2N \cos 30 + P = 0 \Rightarrow N = -\frac{P}{\sqrt{3}}$$



ii) Energía interna

$$W^* = \frac{(P/\sqrt{3})^2 L}{2 E_{AB} A} + \frac{(P/\sqrt{3})^2 L}{2 E_{BC} A} = \frac{P^2 L}{6 A} \left(\frac{1}{E_{AB}} + \frac{1}{E_{BC}} \right)$$

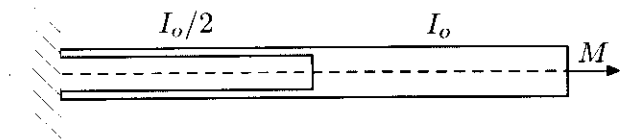
iii) Desplazamiento vertical de B si $E_{AB} = E_{BC} = E$

$$W^* = \frac{P^2 L}{3 EA} \quad , \quad \delta = \frac{\partial W^*}{\partial P} = \frac{2}{3} \frac{PL}{EA}$$

iv) Desplazamiento vertical de B si $E_{AB} = \infty$, $E_{BC} = E$

$$W^* = \frac{P^2 L}{6 EA} \quad , \quad \delta = \frac{\partial W^*}{\partial P} = \frac{1}{3} \frac{PL}{EA}$$

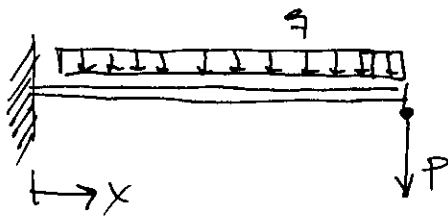
2. Determina el giro relativo del extremo libre del tubo de la figura respecto al empotramiento aplicando el segundo teorema de Castigliano



$$W^* = \frac{M^2 \cdot L/2}{2G I_0/2} + \frac{M^2 \cdot L/2}{2G I_0}$$

$$\theta(L) - \theta(0) = \frac{\partial W^*}{\partial M} = \frac{2ML}{2G I_0} + \frac{ML}{2G I_0} = \frac{3ML}{2G I_0}$$

3. Una viga en voladizo con perfil IPE 240 está sometida a su propio peso y a una carga puntual de 2000 N, vertical y hacia abajo en su extremo libre. Calcular la longitud máxima de la viga para que las tensiones normales no superen el límite elástico del material $\sigma_e = 180 \text{ MPa}$.



$$q = 30,7 \text{ kp/m} = 30,7 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3} \text{ N/mm}$$

$$W_z = 324 \text{ cm}^3 = 324 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_e = 180 \text{ MPa} = 180 \text{ N/mm}^2$$

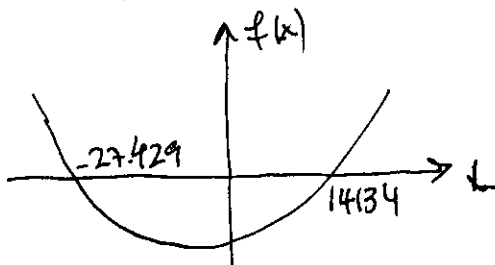
$$M_{\max} = M(x=0) = P \cdot L + \frac{q}{2} L^2$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z}$$

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_e \Leftrightarrow \frac{M_{\max}}{W_z} \leq \sigma_e \Leftrightarrow P \cdot L + \frac{q}{2} L^2 \leq \sigma_e \cdot W_z$$

$$\Leftrightarrow 2000 \cdot L + \frac{30,7 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3}}{2} L^2 \leq 180 \cdot 324 \cdot 10^3$$

Dibujamos la parábola $f(x) = 2000L + \frac{30,7 \cdot 9,8 \cdot 10^{-3}}{2} L^2 - 180 \cdot 324 \cdot 10^3$



$$L_{\max} = 14,1 \text{ m}$$